

KARTA PRZEDMIOTU**I. Dane podstawowe**

Nazwa przedmiotu	Podstawy miary i całki Lebesgue'a
Nazwa przedmiotu w języku angielskim	Fundamentals of Lebesgue measure and integration
Kierunek studiów	Mathematics
Poziom studiów (I, II, jednolite magisterskie)	I
Forma studiów (stacjonarne, niestacjonarne)	stacjonarne
Dyscyplina	Mathematics
Język wykładowy	angielski

Koordinator przedmiotu/osoba odpowiedzialna	dr hab. August Zapała
---	-----------------------

Forma zajęć (<i>katalog zamknięty ze słownika</i>)	Liczba godzin	semestr	Punkty ECTS
wykład lecture	30	3	5
konwersatorium			
ćwiczenia classes	30	2	
laboratorium			
warsztaty			
seminarium			
proseminarium			
lektorat			
praktyki			
zajęcia terenowe			
pracownia dyplomowa			
translatorium			
wizyta studyjna			

Wymagania wstępne	Introductory courses: Mathematical Analysis I and II Prerequisites: Elements of set theory, sequences and series of numbers, differential and integral calculus of multivariate functions
-------------------	--

II. Cele kształcenia dla przedmiotu

Objectives of the course

During the course students gain basic knowledge concerning Lebesgue's measure and integral theory
Students learn to solve various problems appearing in theoretical and practical applications of the Lebesgue measure and integral

III. Efekty uczenia się dla przedmiotu wraz z odniesieniem do efektów kierunkowych

Learning outcomes for the subject

Symbol	Opis efektu przedmiotowego	Odniesienie do efektu kierunkowego
WIEDZA KNOWLEDGE		
W_01	Students understand the construction of the theory of measure, learn the general construction of the measure using an external measure	K_W03
W_02	Students learn the most important definitions and theorems of the theory of measure and integral	K_W04
W_03	Students learn the construction of the Lebesgue measure and its properties	K_W03, K_W04, K_W05
W_04	Students learn the construction of the integral relative to any measure	K_W03, K_W04
UMIEJĘTNOŚCI SKILLS		
U_01	Students can calculate the Lebesgue measure of different sets	K_U01, K_U09
U_02	Students can calculate Lebesgue integrals of various measurable functions	K_U13
U_03	Students are able to use the Lebesgue measure and integral in various theoretical and practical problems	K_U14
KOMPETENCJE SPOŁECZNE SOCIAL COMPETENCES (ATTITUDES)		
K_01	Students precisely formulate questions to deepen the understanding of the subject and complement the missing elements of reasoning	K_K02

IV. Opis przedmiotu/ treści programowe

Course contents:

The notions of a field and σ -field of sets. Lemma on existence of the minimal σ -field of sets generated by a given class of sets.

General properties of measures (monotonicity, finiteness and σ -finiteness, subadditivity, asymptotic properties on monotone sequences of sets). Sets of measure zero and the theorem concerning completion of a measure.

The measurability condition and Caratheodory's lemma. Outer measure and the Caratheodory theorem on extension of outer measure to a measure. Caratheodory's theorem concerning an extension of a measure defined on the field to a σ -field.

Outer Lebesgue measure. Construction of the Lebesgue measure. Relationships of the Lebesgue measure with the volume of sets in the Euclidean space. Measurability of Borel sets in the sense of Lebesgue. Cantor ternary set and a theorem on existence of non-Borel sets measurable in the Lebesgue sense. Construction of a nonmeasurable set in the sense of Lebesgue. De la Vallée-Poussin conditions for measurability of sets in the sense of Lebesgue.

The notion of a measurable function with respect to the σ -field of sets. Measurability of mappings obtained by means of various algebraic operations on measurable functions. Sequences of measurable functions, measurability of supremum, infimum and limits of sequences of measurable functions. Fundamental properties of simple functions related to measurability. Theorem on approximation of measurable functions by means of simple functions.

Integrals of simple functions and their basic properties (positivity, positive homogeneity, linearity, monotonicity, additivity of the integral as a set function).

Two basic lemmas on integration of simple functions. Construction of the Lebesgue integral. The most important properties of the Lebesgue integral (e.g. integrals of functions equal a.e., finiteness a.e. of the integrable function, linearity, additivity of the integral as a set function, etc.). Criteria for integrability of functions in the Lebesgue sense.

Convergence a.e. and its basic properties. Convergence in measure and its properties. Connections between various modes of convergence.

Beppo-Levi theorem. Lebesgue's theorems on integration of monotone sequences and series of functions. Fatou's lemma.

The Lebesgue dominated convergence theorems.

Information concerning spaces of integrable functions.

V. Metody realizacji i weryfikacji efektów uczenia się

Symbol efektu	Metody dydaktyczne <i>(lista wyboru)</i>	Metody weryfikacji <i>(lista wyboru)</i>	Sposoby dokumentacji <i>(lista wyboru)</i>
WIEDZA			
W_01	Wykład konwencjonalny	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny Egzamin / Zaliczenie pisemne	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_02	Wykład konwencjonalny	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny Egzamin / Zaliczenie pisemne	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_03	Wykład konwencjonalny	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny Egzamin / Zaliczenie pisemne	Oceniony tekst pracy pisemnej
W_04	Wykład konwencjonalny	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny Egzamin / Zaliczenie pisemne	Oceniony tekst pracy pisemnej
UMIEJĘTNOŚCI			
U_01	Ćwiczenia laboratoryjne	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
U_02	Ćwiczenia laboratoryjne	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
U_03	Ćwiczenia laboratoryjne	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej
KOMPETENCJE SPOŁECZNE			
K_01	Metoda problemowa	Kolokwium / Test / Sprawdzian pisemny	Oceniony tekst pracy pisemnej

VI. Kryteria oceny, wagi.

Assessment methods:

Lectures - examination, classes - credit for 1 of 2 tests

W ramach ćwiczeń 2 kolokwia pisemne (po 5 zadań na każdym kolokwium, w tym 3 zadania z problemami do rozwiązania i 2 pytania teoretyczne, każde zadanie punktowane w skali 0-10 pkt. w

sumie 100 pkt.), kolokwium poprawkowe

W celu uzyskania zaliczenia ćwiczeń należy zaliczyć jedno z 2 kolokwiów, uzyskując minimum 50% pkt., lub kolokwium poprawkowe

Egzamin pisemny składa się z dwóch części: praktycznej (60%) – polegającej na weryfikacji umiejętności zastosowania w praktyce wiedzy zdobytej na wykładzie oraz ćwiczeniach, teoretycznej (40%) – sprawdzającej wiedzę teoretyczną zdobytą na wykładzie.

Szczegółowe kryteria są podane studentom z każdą edycją przedmiotu.

VII. Obciążenie pracą studenta

Forma aktywności studenta	Liczba godzin
Liczba godzin kontaktowych z nauczycielem	90
Liczba godzin indywidualnej pracy studenta	60

VIII. Literatura

Literatura podstawowa Compulsory literature
R. Sikorski, Funkcje rzeczywiste, t. I, PWN 1958
S. Łojasiewicz, Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych, PWN 1976
R. L. Schilling, Measures, Integrals and Martingales, Cambridge 2005
Literatura uzupełniająca Complementary literature
J. Niewiarowski, Zadania z teorii miary